

**МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ
СООБЩЕНИЯ (МИИТ)**

Кафедра экономики и управления на транспорте

**Ю. Н. КОЖЕВНИКОВ
Ю. В. ЕЛИЗАРЬЕВ**

**ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ПРАКТИЧЕСКИМ И ИНДИВИДУАЛЬНЫМ
ЗАНЯТИЯМ**

**По дисциплине
"ЦЕНООБРАЗОВАНИЕ"**

Москва - 2011

**МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ
СООБЩЕНИЯ (МИИТ)**

Кафедра экономики и управления на транспорте

**Ю. Н. КОЖЕВНИКОВ
Ю. В. ЕЛИЗАРЬЕВ**

**ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ПРАКТИЧЕСКИМ И ИНДИВИДУАЛЬНЫМ
ЗАНЯТИЯМ**

По дисциплине

"ЦЕНООБРАЗОВАНИЕ"

Москва - 2011

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ (МИИТ)

Кафедра экономики и управления на транспорте

Ю. Н. КОЖЕВНИКОВ, Ю. В. ЕЛИЗАРЬЕВ

Утверждено
редакционно-издательским
советом университета

ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ПРАКТИЧЕСКИМ И ИНДИВИДУАЛЬНЫМ ЗАНЯТИЯМ

по дисциплине
"ЦЕНООБРАЗОВАНИЕ"

для экономических специальностей

Москва - 2011

УДК 338.5

К - 58

Кожевников Ю. Н., Елизарьев Ю. В. Задания и методические указания к практическим и индивидуальным занятиям по дисциплине "Ценообразование". - М.: МИИТ. 2011 - 32 с.

Рассматриваются особенности ценообразования на монопольных и конкурентных рынках с использованием различных показателей оптимальности, приводятся задачи и методические указания по их решению.

Табл. 22, рис. 2.

© Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ), 2011

Сдано в набор			Подписано к печати
Формат		Усл. печ. л.	Заказ №
Тираж	экз.	Изд. №	Цена

127994, Москва, ул. Образцова, 9 стр. 9.. Типография МИИТа

Общие методические указания к решению задач 1-5.

При решении задачи для упрощения расчетов используются следующие допущения:

- на предприятии успешно работает служба маркетинга, поэтому вся производимая продукция полностью реализуется, т.е. объем продаж равен объему производства;

- все изменения объема производства происходят при неизменных производственных мощностях и площадях, поэтому величина условно-постоянных расходов остается неизменной;

- криволинейная зависимость цены спроса от объема продаж заменена прямолинейной.

Исходные данные по вариантам для решения задач 1-4 приведены в табл. 1. В табл. 1 значения параметров "a", "b" и "k" приведены в единицах, коэффициенты "α" и "β" - в долях единицы, параметр "m" - в тыс. единиц. В расчетах табличное значение параметра "m" предварительно необходимо умножить на 1000.

Исходные данные по вариантам для решения задачи 5 приведены в табл. 2. В табл. 2 значения параметров "a", "b", "k₁" и "k₂" приведены в единицах, параметры "m₁" и "m₂" - в тыс. единиц. В расчетах табличные значения параметров "m₁" и "m₂" предварительно необходимо умножить на 1000.

Порядок выбора исходных данных.

Решение задач 1-5 выполняется студентом по трехзначному варианту, заданному преподавателем. Для каждого показателя, приведенного в первом столбце табл. 1, в скобках приводится цифра варианта (1-я, 2-я или 3-я). Те показатели табл. 1, для которых в скобках указана 1-я цифра варианта, выбираются из столбца табл. 1 с номером, соответствующим первой цифре варианта. Те показатели табл. 1, для которых в скобках указана 2-я цифра варианта, выбираются из столбца табл. 1 с номером, соответствующим второй цифре варианта. Показатели табл. 1, для которых в скобках указана 3-я цифра варианта, выбираются из столбца табл. 1 с номером, соответствующим третьей цифре варианта.

Задача 1.

Определить оптимальный объем выпуска предприятием и оптимальную цену единицы продукции, используя следующие критерии оптимальности:

- максимум абсолютной величины доходов;
- максимум абсолютной величины прибыли;
- максимум рентабельности.

Для каждого критерия оптимальности рассчитать следующие экономические показатели предприятия:

- оптимальный объем производства и продаж продукции;
- цену единицы продукции;

- доходы;
- расходы;
- прибыль;
- рентабельность.

Таблица 1

Исходные данные к задачам 1-4.

Наименование показателей	Величины показателей по вариантам					
	1	2	3	4	5	6
Параметры уравнений:						
a (3-я цифра варианта)	1160	1080	1190	1230	1130	1020
b (2-я цифра варианта)	0,5	0,47	0,43	0,3	0,35	0,38
k (1-я цифра варианта)	350	370	400	380	470	435
m (3-я цифра варианта)	25,6	23,3	27,5	28,8	24,5	21,3
Снижение себестоимости:						
переменные расходы (α) (2-я цифра варианта)	0,14	0,11	0,17	0,15	0,12	0,09
условно-постоянные расходы (β) (1-я цифра варианта)	0,05	0,09	0,11	0,04	0,1	0,06

Методические указания.

Зависимость цены спроса от объема продаж имеет вид:

$$P = a - bQ, \quad (1)$$

где a и b - параметры зависимости цены единицы продукции от объема производства (см. табл. 1);

Q - объем продаж продукции;

P - цена единицы продукции.

Зависимость расходов на производство продукции от объема производства имеет вид:

$$E = kQ + m, \quad (2)$$

где k - себестоимость производства единицы продукции в части переменных расходов (см. табл. 1);

m - условно-постоянные расходы (см. табл. 1);

Q - объем производства продукции;

kQ - переменные расходы на производство продукции.

Оптимизация объема производства по критерию "максимум доходов".

При продаже продукции всем покупателям по единой цене доходы предприятия в зависимости от объема продаж определяются по формуле:

$$D = P \cdot Q = (a - bQ)Q \quad (3)$$

Оптимальный объем производства по критерию "максимум доходов" определяется по условию равенства первой производной доходов по объему продаж нулю (предельные доходы равны нулю):

$$D' = a - 2bQ = 0, \quad (4)$$

откуда $Q_{\text{опт.}} = a/2b$

Цена единицы продукции определяется по формуле:

$$P_{\text{опт.}} = a - bQ_{\text{опт.}} \quad (5)$$

Доходы рассчитываются по формуле:

$$D_{\text{опт.}} = P_{\text{опт.}} \cdot Q_{\text{опт.}} \quad (6)$$

Расходы определяются по формуле:

$$E_{\text{опт.}} = kQ_{\text{опт.}} + m \quad (7)$$

Прибыль предприятия определяется по формуле:

$$\Pi_{\text{опт.}} = D_{\text{опт.}} - E_{\text{опт.}} \quad (8)$$

Рентабельность производства продукции рассчитывается по формуле:

$$R_{\text{опт.}} = \Pi_{\text{опт.}} \cdot 100\% / E_{\text{опт.}} \quad (9)$$

Оптимизация объема производства по критерию "максимум прибыли".

Прибыль предприятия определяется по формуле:

$$\Pi = D - E = aQ - bQ^2 - kQ - m \quad (10)$$

Оптимальный объем производства по критерию "максимум прибыли" определяется по условию равенства первой производной прибыли по объему продаж нулю (предельная прибыль равна нулю, предельные доходы равны предельным затратам на производство):

$$\Pi' = a - k - 2bQ = 0, \quad (11)$$

откуда $Q_{\text{опт.}} = (a - k)/2b$

Остальные показатели рассчитываются по формулам 5 - 9.

Оптимизация объема производства по критерию "максимум рентабельности".

Рентабельность при определении оптимального объема производства рассчитывается как отношение прибыли к расходам в долях единицы:

$$R = \Pi / E = (D - E) / E = D / E - 1 \quad (12)$$

Поскольку первая производная константы равна нулю, подставив в формулу (12) зависимость доходов от объема продаж и расходов от объема производства, получим зависимость рентабельности от объемов продаж и производства, используемую для определения оптимального объема производства по критерию "максимум рентабельности".

$$R = (aQ - bQ^2) / (kQ + m) \quad (13)$$

Оптимальный объем производства и продаж определяется по условию равенства первой производной рентабельности по объему производства нулю:

$$R' = (am - 2bmQ - bkQ^2) / (kQ + m)^2 = 0, \quad (14)$$

откуда оптимальный объем определяется как положительный корень квадратного уравнения:

$$am - 2bmQ - bkQ^2 = 0 \quad (15)$$

Остальные показатели рассчитываются по формулам 5 - 9.

Задача 2

Определить оптимальный объем выпуска продукции предприятием и оптимальную цену единицы продукции при снижении себестоимости производства в части:

- условно-постоянных расходов;
- переменных расходов.

При оптимизации объемов производства использовать следующие критерии оптимальности:

- максимум прибыли;
- максимум рентабельности.

Во всех случаях рассчитать следующие экономические показатели предприятия:

- оптимальный объем производства и продаж продукции;
- цену единицы продукции;
- доходы;
- расходы;
- прибыль;
- рентабельность.

Доказать, что любые изменения себестоимости производства не влияют на величины оптимального объема производства и оптимальной цены, рассчитанных по критерию "максимум доходов".

Методические указания.

Определение оптимальных объемов производства и продаж продукции при снижении условно-постоянных расходов.

Оптимизация объемов производства и продаж продукции по критерию "максимум прибыли".

Расходы предприятия определяются по формуле:

$$E = kQ + m(1 - \beta), \quad (16)$$

где β - снижение условно-постоянных расходов в долях единицы (см. табл. 1).

Прибыль предприятия определяется по формуле:

$$\Pi = Д - E = aQ - bQ^2 - kQ - m(1 - \beta) \quad (17)$$

Оптимальный объем производства по критерию "максимум прибыли" определяется по условию равенства первой производной прибыли по объему продаж нулю (предельная прибыль равна нулю, предельные доходы равны предельным затратам на производство):

$$\Pi' = a - k - 2bQ = 0, \quad (18)$$

откуда $Q_{\text{опт.}} = (a - k)/2b$

Расходы определяются по формуле:

$$E_{\text{опт.}} = kQ_{\text{опт.}} + m(1 - \beta) \quad (19)$$

Остальные показатели рассчитываются по формулам 5 - 9.

Оптимизация объема производства по критерию "максимум рентабельности".

Рентабельность при определении оптимального объема производства определяется по формуле:

$$R = (aQ - bQ^2) / [kQ + m(1 - \beta)] \quad (20)$$

Оптимальный объем производства и продаж определяется по условию равенства первой производной рентабельности по объему производства нулю:

$$R' = [am(1 - \beta) - 2bm(1 - \beta)Q - bkQ^2] / [kQ + m(1 - \beta)]^2 = 0, \quad (21)$$

откуда оптимальный объем определяется как положительный корень квадратного уравнения:

$$am(1 - \beta) - 2bm(1 - \beta)Q - bkQ^2 = 0 \quad (22)$$

Расходы рассчитываются по формуле (19), остальные показатели - по формулам 5 - 9.

Определение оптимальных объемов производства и продаж продукции при снижении переменных расходов.

Оптимизация объемов производства и продаж продукции по критерию "максимум прибыли".

Расходы предприятия определяются по формуле:

$$E = k(1 - \alpha)Q + m, \quad (23)$$

где α - снижение переменных расходов в долях единицы (см. табл. 1).

Прибыль предприятия определяется по формуле:

$$\Pi = D - E = aQ - bQ^2 - k(1 - \alpha)Q - m \quad (24)$$

Оптимальный объем производства по критерию "максимум прибыли" определяется по условию равенства первой производной прибыли по объему продаж нулю (предельная прибыль равна нулю, предельные доходы равны предельным затратам на производство):

$$\Pi' = a - k(1 - \alpha) - 2bQ = 0, \quad (25)$$

откуда $Q_{\text{опт.}} = [a - k(1 - \alpha)]/2b$

Расходы определяются по формуле:

$$E_{\text{опт.}} = k(1 - \alpha)Q_{\text{опт.}} + m \quad (26)$$

Остальные показатели рассчитываются по формулам 5 - 9.

Оптимизация объема производства по критерию "максимум рентабельности".

Рентабельность при определении оптимального объема производства определяется по формуле:

$$R = (aQ - bQ^2) / [k(1-\alpha)Q + m] \quad (27)$$

Оптимальный объем производства и продаж определяется по условию равенства первой производной рентабельности по объему производства нулю:

$$R' = [am - 2bmQ - bk(1-\alpha)Q^2] / [k(1-\alpha)Q + m]^2 = 0, \quad (28)$$

откуда оптимальный объем определяется как положительный корень квадратного уравнения:

$$am - 2bmQ - bk(1-\alpha)Q^2 = 0 \quad (29)$$

Расходы рассчитываются по формуле 26, остальные показатели - по формулам 5 - 9.

В заключение необходимо сделать выводы, в которых отражаются следующие вопросы:

- каким образом изменяется оптимальная цена продаж при снижении себестоимости производства в части условно-постоянных (переменных) расходов;

- как в этих случаях изменяются оптимальный объем производства и экономические показатели работы предприятия.

За базу сравнения принимаются соответствующие показатели задачи 1. Сравнение выполняется отдельно для критериев "максимум прибыли" и "максимум рентабельности".

Задача 3.

Определить оптимальную с точки зрения потребителя цену единицы продукции и соответствующий ей объем производства при ограничении монопольной цены предельным уровнем рентабельности (30%). Рассчитать следующие экономические показатели предприятия:

- оптимальный объем производства и продаж продукции;
- цену единицы продукции;
- доходы;
- расходы;
- прибыль;
- рентабельность.

Методические указания.

Ограничение монопольной цены производителя предельным уровнем рентабельности является одной из наиболее простых и распространенных мер государственного регулирования цены продукции монополиста. При этом ожи-

даваемая покупателем цена единицы продукции может быть определена следующим образом:

$$P_{\text{опт.}} = C(1+R_n), \quad (30)$$

где C - себестоимость производства единицы продукции;

R_n - установленный предельный (нормативный) уровень рентабельности (здесь и далее в долях единицы).

График зависимости рентабельности производства продукции от объема производства и продаж приведен на рис. 1. Максимальное значение рентабельности (R_{max}) достигается при оптимизации объема производства и продаж продукции по критерию "максимум рентабельности" (эти показатели рассчитываются в третьей части задачи 1). Как видно из сравнения оптимальных объемов производства и продаж продукции и цен единицы продукции, рассчитанных в задаче 1 по разным критериям оптимальности, критерию "максимум рентабельности" соответствуют минимальный объем производства и максимальная цена единицы продукции.

Установление предельного (нормативного) уровня рентабельности R_n приводит к тому, что от криволинейной зависимости $R = f(Q)$ отрезается вершина, и в интервале объемов производства и продаж $Q_1 - Q_2$ рентабельность производства продукции становится равной нормативной величине. Законодатель, устанавливающий предельный уровень рентабельности, полагает, что производитель продукции стремится максимизировать прибыль и поэтому будет увеличивать объем производства и продаж продукции до величины Q_2 . Это положение вытекает из связи прибыли производителя продукции с объемом производства и продаж продукции. Из формул 2 и 9 следует:

$$\Pi = R_n * E = R_n * (kQ + m) \quad (31)$$

Из графика, приведенного на рис. 1, и формулы 31 видно, что стремясь увеличить прибыль при сохранении рентабельности на нормативном уровне, производитель должен увеличить объем производства и продаж продукции до уровня Q_2 .

Оптимальный с точки зрения потребителя объем продаж при ориентации производителя на максимальную величину прибыли может быть определен из уравнения:

$$(aQ - bQ^2)/(kQ + m) - 1 = R_n / 100\% \quad (32)$$

Как видно из рис. 1, данное уравнение имеет два положительных корня, из которых оптимальным с точки зрения потребителя является больший корень Q_2 .

Все остальные показатели рассчитываются по формулам 5 - 9. При правильно выполненных расчетах величина рентабельности, рассчитанная по формуле 9 и округленная до трех знаков после запятой, должна быть равна 30%.

На практике ограничение цен предельным уровнем рентабельности способствует их повышению, усилению инфляции и не приводит к росту объемов производства и продаж. Это объясняется тем, что объем производства не является единственным фактором, определяющим производственные расходы. Более простой способ увеличения расходов с точки зрения производителя заключается в искусственном росте себестоимости производства продукции. Таким образом ограничение цен предельным уровнем рентабельности приводит к за-

пуску затратного механизма в экономике, стимулирующего искусственный рост производственных затрат, например, за счет увеличения уровня оплаты труда, приобретения более дорогих видов сырья, полуфабрикатов, комплектующих, снижения производительности труда и т.п. Это подтверждается опытом введения правительством СССР подобных ограничений в 1989 г.

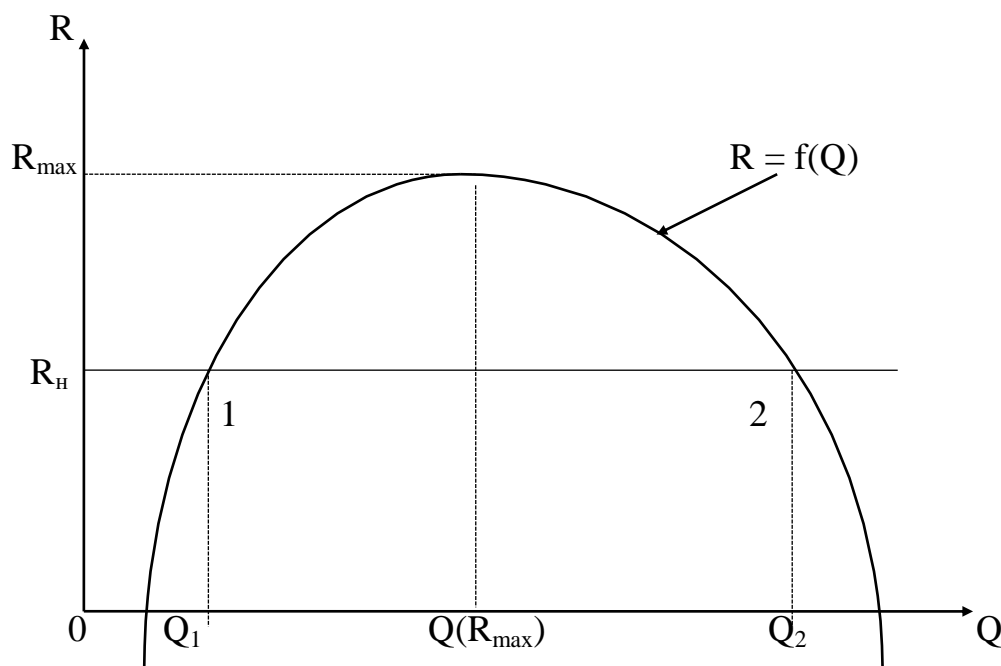


Рис. 1. Зависимость рентабельности производства продукции от объема производства и продаж при ограничении монополярной цены производителя предельным (нормативным) уровнем рентабельности.

Задача 4.

Определить оптимальные с точки зрения производителя объемы производства при проведении идеальной дискриминационной ценовой политики по следующим критериям:

- максимум доходов;
- максимум прибыли.

В обоих случаях рассчитать следующие экономические показатели предприятия:

- оптимальный объем производства и продаж продукции;
- максимальную, минимальную и среднюю цену единицы продукции;
- доходы;
- расходы;
- прибыль;
- рентабельность.

Под идеальной дискриминационной ценовой политикой понимается ситуация, при которой у одного и того же продавца один и тот же товар одного и того же качества каждый покупатель приобретает по максимально возможной для него (покупателя) цене. На практике такая ситуация недостижима, однако ценовая дискриминационная политика встречается достаточно часто. Например, продажа пригородных железнодорожных билетов разным категориям пассажиров по разным ценам, продажа билетов на выставках и в музеях разным категориям посетителей по разным ценам свидетельствуют о наличии ценовой дискриминации.

Оптимизация объемов производства и продаж по критерию "максимум доходов".

Особенности расчета экономических показателей предприятия при проведении идеальной дискриминационной ценовой политики позволяет оценить рис. 2.

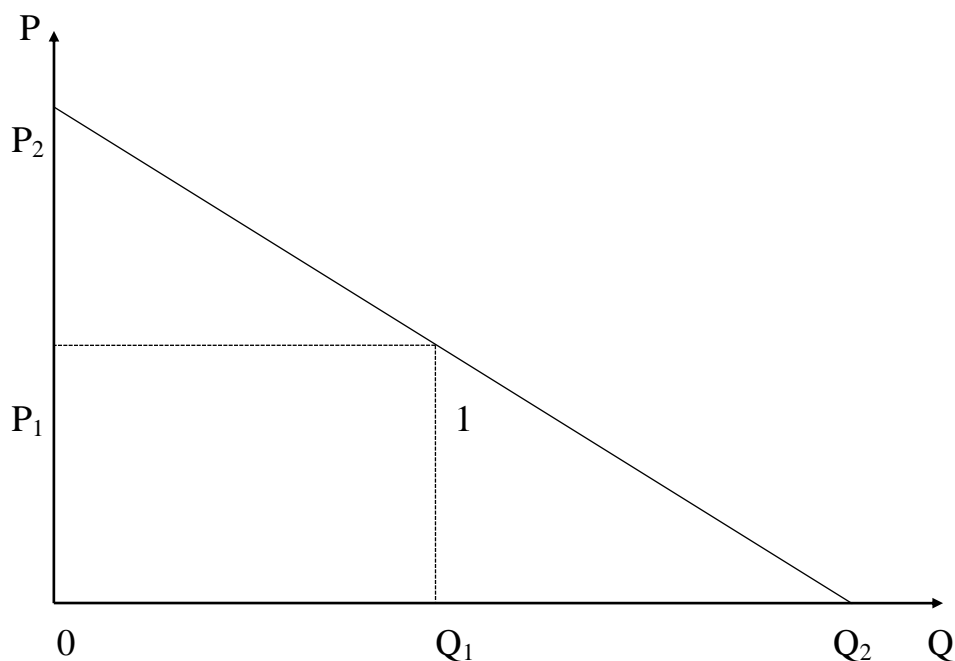


Рис. 2. Зависимость дохода монополиста от цены единицы продукции и объема продаж.

При продаже продукции по единым для всех потребителей ценам величина дохода определяется по формуле $D=P*Q$. На рис. 2 эта величина соответствует площади прямоугольника $P_1 - 1 - Q_1 - 0$. На рис. 2 линия $P_2 - 1 - Q_2$ является линией спроса и описывается уравнением $P = a - bQ$. В отличие от предприятий, действующих на конкурентных рынках, когда каждое отдельное предприятие не может существенно повлиять на уровень цен, монополист может проводить ценовую дискриминацию, продавая одну и ту же продукцию

разным группам покупателей по разным ценам. При идеальной ценовой дискриминации все покупатели приобретают продукцию по разным ценам. В этом случае максимальная величина дохода на рис. 2 соответствует площади треугольника $P_2 - Q_2 - 0$ и может быть определена по формуле:

$$D_{\max} = P_2 * Q_2 / 2, \quad (33)$$

Максимальная цена единицы продукции (P_2) определяется из уравнения спроса (1) по условию равенства объема продаж продукции нулю. Оптимальный объем производства и продаж (Q_2) определяется из уравнения спроса (1) по условию равенства цены продаж продукции нулю. Минимальная цена продаж единицы продукции равна нулю (см. рис. 2). Средняя цена единицы продукции рассчитывается как средняя арифметическая максимальной и минимальной цены.

Остальные показатели рассчитываются по формулам 7 - 9.

Равенство минимальной цены продаж единицы продукции нулю при максимизации доходов производителя объясняется заменой криволинейной зависимости цены продаж от объема продаж прямолинейной зависимостью.

Оптимизация объемов производства и продаж по критерию "максимум прибыли".

При максимизации прибыли минимальная цена единицы продукции определяется по условию равенства прибыли нулю. Это условие выполняется в том случае, когда цена единицы продукции равна себестоимости производства единицы продукции в части переменных расходов. Предположим, что на рис. 2 минимальная цена единицы продукции равна P_1 . Тогда $P_{\min} = P_1 = k$. Оптимальный объем продаж (на рис. 2 объем Q_1) определяется из уравнения спроса по формуле:

$$Q_{\text{опт.}} = Q_1 = (a - k) / b \quad (34)$$

Максимальная цена единицы продукции (P_2) определена в первой части задачи и равна параметру "a" зависимости цены единицы продукции от объема продаж. Средняя цена единицы продукции рассчитывается как средняя арифметическая максимальной и минимальной цены.

Доходы соответствуют площади трапеции $P_2 - 1 - Q_1 - 0$ на рис. 2 и определяются по формуле:

$$D = (P_1 + P_2) * Q_1 / 2 \quad (35)$$

Остальные показатели рассчитываются по формулам 7 - 9.

Задача 5.

Используя модель Курно, определить оптимальный объем производства и цену продукции предприятий-дуополистов в условиях конкуренции по критерию "максимум прибыли каждого предприятия". Для каждого предприятия рассчитать следующие экономические показатели:

- оптимальный объем производства и продаж продукции;
- цену единицы продукции;
- доходы;

- расходы;
- прибыль;
- рентабельность.

Исходные для решения задачи приведены в табл. 2. Выбор исходных данных по вариантам производится так же как для задач 1 - 4. В расчетах табличные значения параметров m_1 и m_2 умножаются на 1000.

Методические указания.

Для упрощения расчетов с использованием модели Курно предполагается, что в отрасли конкурируют два предприятия (дуополия). Дуополия является одной из разновидностей олигополии, предусматривающей наличие в отрасли только двух предприятий, производящих стандартный товар, не имеющих близких заменителей. Оба предприятия вынуждены одновременно и без предварительного согласования друг с другом устанавливать собственный объем производства. Модель, предложенная французским экономистом О. Курно, предусматривает, что каждое предприятие предполагает объем производства конкурента постоянным и на его основе принимает решение об объеме своего производства.

Кривая рыночного спроса имеет вид:

$$P = a - b(Q_1 + Q_2), \quad (36)$$

где Q_1 и Q_2 - объем производства продукции соответственно первого и второго предприятия;

a и b - параметры уравнения спроса (см. табл. 2).

Доходы предприятий определяются по формулам:

$$D_1 = P * Q_1 = aQ_1 - bQ_1^2 - bQ_1Q_2 \quad (37)$$

$$D_2 = P * Q_2 = aQ_2 - bQ_1Q_2 - bQ_2^2$$

Таблица 2

Исходные данные к задаче 5.

Наименование показателей	Величины показателей по вариантам					
	1	2	3	4	5	6
Параметры уравнений:						
a (3-я цифра варианта)	925	930	940	950	960	970
b (2-я цифра варианта)	0,43	0,44	0,45	0,46	0,47	0,48
k_1 (1-я цифра варианта)	330	332	334	336	338	340
k_2 (3-я цифра варианта)	380	382	384	386	388	390
m_1 (2-я цифра варианта)	20,0	20,2	20,4	20,6	20,8	21,3
m_2 (1-я цифра варианта)	16,0	16,2	16,4	16,8	17,0	17,2

Расходы предприятий рассчитываются по формулам:

$$E_1 = k_1 Q_1 + m_1 \quad (38)$$

$$E_2 = k_2 Q_2 + m_2$$

где k_1 и k_2 - себестоимость производства единицы продукции в части переменных расходов соответственно первого и второго предприятия (см. табл. 2);

$k_1 Q_1$ и $k_2 Q_2$ - переменные расходы на производство продукции соответственно первого и второго предприятия;

m_1 и m_2 - условно-постоянные расходы на производство продукции соответственно первого и второго предприятия (см. табл. 2)

Прибыль предприятий в зависимости от объемов производства и продаж определяется по формулам:

$$\Pi_1 = D_1 - E_1 = aQ_1 - bQ_1^2 - bQ_1 Q_2 - k_1 Q_1 - m_1 \quad (39)$$

$$\Pi_2 = D_2 - E_2 = aQ_2 - bQ_1 Q_2 - bQ_2^2 - k_2 Q_2 - m_2$$

Оптимальные объемы производства каждого из предприятий определяются по условию равенства первой частной производной прибыли предприятия по объему производства нулю.

$$\Pi_1' = a - 2 * b Q_1 - b Q_2 - k_1 \quad (40)$$

$$\Pi_2' = a - b Q_1 - 2 * b Q_2 - k_2$$

Данные линейные уравнения образуют систему, корнями которой являются оптимальные по критерию "максимум прибыли" объемы производства каждого из предприятий-дуополистов.

Выразив из первого уравнения зависимость объема производства первого предприятия от объема производства второго предприятия, можно получить кривую реакции первого предприятия. Кривая реакции показывает оптимальный объем производства данного предприятия при заданном объеме производства другого предприятия. Аналогично можно определить кривую реакции второго предприятия.

Цена единицы продукции определяется по формуле (36).

Доходы предприятий рассчитываются по формулам:

$$D_1 = P * Q_1 \quad (41)$$

$$D_2 = P * Q_2$$

Расходы предприятий определяются по формулам:

$$E_1 = k_1 Q_1 + m_1 \quad (42)$$

$$E_2 = k_2 Q_2 + m_2$$

Прибыль предприятий рассчитывается по формулам:

$$\Pi_1 = D_1 - E_1 \quad (43)$$

$$\Pi_2 = D_2 - E_2$$

Рентабельность предприятий определяется по формулам:

$$R_1 = \Pi_1 * 100\% / E_1 \quad (44)$$

$$R_2 = \Pi_2 * 100\% / E_2$$

Задача 6.

Определить экономическую целесообразность применения конкурентных железнодорожных тарифов для привлечения части перевозок контейнеропригодных грузов с автомобильного транспорта на железнодорожный. Расчеты выполнить для двух вариантов:

- при сроке доставки партии груза железнодорожным транспортом равном 3 сут.;
- при сроке доставки партии груза железнодорожным транспортом равном 2 сут.

Для каждого варианта рассчитать совокупные затраты грузовладельцев при использовании для перевозок автомобильного и железнодорожного транспорта, дополнительную прибыль железнодорожного транспорта и рентабельность дополнительных расходов при перевозке 2 контейнеров:

- при действующем железнодорожном тарифе;
- при установлении железнодорожного тарифа по полным расходам на перевозку;
- при установлении железнодорожного тарифа по переменным расходам на перевозку;
- при установлении конкурентного железнодорожного тарифа.

При применении железнодорожного тарифа, рассчитанного по переменным расходам, определить максимальную цену 1 т грузов, перевозимых в контейнерах.

В тех случаях, когда совокупные затраты грузовладельцев при использовании для перевозок железнодорожного транспорта выше величины совокупных затрат грузовладельцев при использовании автомобильного транспорта, перевозки будут выполняться автомобильным транспортом. Поэтому прибыль и рентабельность для железнодорожных перевозок не рассчитываются.

Базовые значения стоимостных показателей, используемых автомобильного транспорта в расчетах, приведены в табл. 3. Коэффициенты корректировки базовых автомобильного транспорта стоимостных показателей - в табл. 4.

Таблица 3.

Базовые стоимостные показатели автомобильного и железнодорожного транспорта.

Наименование показателей	Условные обозначения показателей	Величины показателей
Автомобильный тариф на перевозку партии груза "от двери до двери", руб.	t^a	22400
Автомобильный тариф на подвоз 1 контейнера, руб.:		
- в пункте отправления	$t_{отпр.}^a$	3300
- в пункте прибытия	$t_{приб.}^a$	1500
Железнодорожный тариф на перевозку 1 контейнера, руб.	$t^{ж.д.}$	6400
Стоимость погрузки (выгрузки) 1 контейнера, руб.	$C_{п(в)}$	120
Расходы железнодорожного транспорта на перевозку 1 контейнера всего, руб.	$E^{ж.д.}$	3340
в т. ч. переменные, руб.	$E_{пер.}^{ж.д.}$	1540

Таблица 4.

Коэффициенты корректировки стоимостных показателей.

Наименование показателей	Величины показателей по вариантам					
	1	2	3	4	5	6
Автомобильный тариф на перевозку партии груза "от двери до двери", руб. (1-я цифра варианта)	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98	1,00
Автомобильный тариф на подвоз 1 контейнера, руб. (2-я цифра варианта):						
- в пункте отправления	0,88	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98
- в пункте прибытия	1,12	0,88	0,90	0,92	0,94	0,96
Железнодорожный тариф на перевозку 1 контейнера, руб. (3-я цифра варианта)	0,90	0,94	1,10	1,02	0,96	0,92
Стоимость погрузки (выгрузки) 1 контейнера, руб. (3-я цифра варианта)	0,98	1,08	1,00	1,04	0,88	1,10
Расходы железнодорожного транспорта на перевозку 1 контейнера всего, руб. (1-я цифра вари-						

анта)	0,88	0,92	1,10	1,00	0,94	0,90
в т. ч. в части переменных расходов, руб. (2-я цифра варианта)	1,12	0,90	1,08	0,98	0,92	0,88

При решении задачи использовать следующие условия:

- дополнительные перевозки контейнеров железнодорожным транспортом выполняются в пределах наличных пропускных, провозных и перерабатывающих способностей;

- цена 1 т перевозимого груза 300 тыс. руб.;

- масса партии перевозимого груза 22 т;

- перевозка груза автомобильным транспортом выполняется полуприцепами и седельными тягачами. При передаче груза на железнодорожный транспорт, исходя из объема перевозимой партии груза, перевозка 22 т груза одним полуприцепом заменяется перевозкой двумя 20-футовыми контейнерами;

- автомобильные тарифы учитывают время простоя под грузовыми операциями;

- ставка рефинансирования 12%;

- при определении экономических потерь грузовладельцев к ставке рефинансирования добавляются 2%;

- срок доставки груза автомобильным транспортом 1 сутки;

- физические потери груза при перевозке отсутствуют. Экономические потери грузовладельцев определяются ценой партии груза, величиной ставки рефинансирования и сроками доставки груза разными видами транспорта;

- технология и стоимость погрузки (выгрузки) 1 т груза в автомобильный полуприцеп и контейнер одинаковая;

- суммарное время подвоза (срок доставки) груза автомобильным транспортом от пункта отправления до станции отправления и от станции прибытия до пункта назначения 0,5 сут.;

- сокращение срока доставки груза железнодорожным транспортом производится за счет мероприятий, не требующих существенных инвестиций;

- при использовании конкурентных грузовых железнодорожных тарифов совокупные затраты грузовладельцев на перевозку партии груза снижаются на 10% по сравнению с автомобильным транспортом.

Методические указания.

Совокупные затраты грузовладельцев при перевозке грузов автомобильным транспортом складываются из оплаты погрузки (выгрузки) груза в полуприцеп, оплаты перевозки автомобильным транспортом и экономических потерь. Учитывая, что технология и стоимость погрузки 1 т груза в автомобильный полуприцеп и контейнер одинаковая, при сравнении вариантов перевозки груза оплата погрузки (выгрузки) груза в пунктах отправления и прибытия из состава совокупных затрат

грузовладельцев исключается. Тогда совокупные затраты грузовладельцев при перевозке грузов автомобильным транспортом определяются по формуле:

$$Z_a = t^a + Ц_{гр} * \alpha_{п} * T_{дост.}^a, \quad (45)$$

где $Ц_{гр}$ - цена партии перевозимого груза, руб.;

$\alpha_{п}$ - удельные экономические потери грузовладельцев, доля ед./сут.;

$T_{дост.}^a$ - срок доставки груза автомобильным транспортом, сут.

Удельные экономические потери грузовладельцев определяются из уравнения:

$$(1 + \alpha_{п})^{365} = [1 + (E_{реф.} + 2)/100], \quad (46)$$

где $E_{реф.}$ - ставка рефинансирования, %.

Совокупные затраты грузовладельцев при принятой схеме перевозки грузов железнодорожным транспортом складываются из:

- оплаты погрузки (выгрузки) груза в контейнеры;
- оплаты погрузки контейнеров на автомобили;
- оплаты выгрузки контейнеров с автомобилем и погрузки на железнодорожные платформы;
- оплаты перевозки контейнеров железнодорожным транспортом;
- оплаты выгрузки контейнеров с железнодорожных платформ и погрузки на автомобили;
- оплаты выгрузки контейнеров с автомобилей;
- оплаты подвоза груза автомобилями от пункта отправления до станции отправления и от станции прибытия до пункта назначения;
- экономических потерь при подвозе груза автомобилями от пункта отправления до станции отправления и от станции прибытия до пункта назначения.

Совокупные затраты грузовладельцев при перевозке партии грузов железнодорожным транспортом по действующим тарифам определяются по формуле:

$$Z_{ж.д.} = 2 * t_{отпр.}^a + Ц_{гр} * \alpha_{п} * T_{подв.}^a + 2 * t^{ж.д.} + Ц_{гр} * \alpha_{п} * T_{дост.}^{ж.д.} + 2 * t_{приб.}^a + 2 * 6 * C_{п(в)}, \quad (47)$$

где $T_{подв.}^a$ - срок доставки груза автомобильным транспортом при подвозе, сут.;

$T_{дост.}^{ж.д.}$ - срок доставки груза железнодорожным транспортом, сут.;

2 - количество контейнеров, используемых при перевозке партии груза железнодорожным транспортом;

6 - количество грузовых операций с контейнером при перевозке партии груза железнодорожным транспортом.

Дополнительная прибыль железнодорожного транспорта от перевозки 2 контейнеров рассчитывается по формуле:

$$\Delta П = 2 * (t^{ж.д.} - E_{пер.}^{ж.д.}) \quad (48)$$

Приростная рентабельность перевозки 2 контейнеров определяется по формуле:

$$R = (t^{ж.д.} / E_{пер.}^{ж.д.} - 1) * 100\% \quad (49)$$

Совокупные затраты грузовладельцев при перевозке партии грузов железнодорожным транспортом по тарифам, рассчитанным по полным расходам, определяются по формуле:

$$Z^{\text{полн. ж.д.}} = 2 * t_{\text{отпр.}}^a + Ц_{\text{гр}} * \alpha_{\text{п}} * T_{\text{подв.}}^a + 2 * E^{\text{ж.д.}} + Ц_{\text{гр}} * \alpha_{\text{п}} * T_{\text{дост.}}^{\text{ж.д.}} + 2 * t_{\text{приб.}}^a + 2 * 6 * C_{\text{п(в)}} \quad (50)$$

Дополнительная прибыль железнодорожного транспорта от перевозки 2 контейнеров рассчитывается по формуле:

$$\Delta\Pi = 2 * (E^{\text{ж.д.}} - E_{\text{пер.}}^{\text{ж.д.}}) \quad (51)$$

Приростная рентабельность перевозки 2 контейнеров определяется по формуле:

$$R = (E^{\text{ж.д.}} / E_{\text{пер.}}^{\text{ж.д.}} - 1) * 100\% \quad (52)$$

Совокупные затраты грузовладельцев при перевозке партии грузов железнодорожным транспортом по тарифам, рассчитанным по переменным расходам, определяются по формуле:

$$Z^{\text{пер. ж.д.}} = 2 * t_{\text{отпр.}}^a + Ц_{\text{гр}} * \alpha_{\text{п}} * T_{\text{подв.}}^a + 2 * E_{\text{пер.}}^{\text{ж.д.}} + Ц_{\text{гр}} * \alpha_{\text{п}} * T_{\text{дост.}}^{\text{ж.д.}} + 2 * t_{\text{приб.}}^a + 2 * 6 * C_{\text{п(в)}} \quad (53)$$

Дополнительная прибыль железнодорожного транспорта от перевозки 2 контейнеров и приростная рентабельность в этом случае не рассчитываются.

Для расчета максимальной цены 1 т грузов, перевозимых в контейнерах, предварительно рассчитывается экономия совокупных затрат грузовладельца по формуле:

$$\Delta Z = Z_a - Z^{\text{пер. ж.д.}} \quad (54)$$

Максимальная цена 1 т грузов, перевозимых в контейнерах, определяется по формуле:

$$Ц_{\text{гр}}^{\text{max}} = Ц_{\text{гр}} + \Delta Z / [P'_{\text{гр}} * \alpha_{\text{п}} * (T_{\text{подв.}}^a + T_{\text{дост.}}^{\text{ж.д.}})], \quad (55)$$

где $P'_{\text{гр}}$ - масса партии перевозимого груза, т;

$Ц_{\text{гр}}$ - цена 1 т грузов, перевозимых в контейнерах.

Расчет конкурентного железнодорожного тарифа, обеспечивающего снижение затрат грузовладельца по сравнению с автомобильным транспортом на 10%, производится по формуле:

$$t_{\text{конк.}}^{\text{ж.д.}} = 0,9 * Z_a / 2 - (t_{\text{отпр.}}^a + Ц_{\text{гр}} * \alpha_{\text{п}} * T_{\text{подв.}}^a / 2 + Ц_{\text{гр}} * \alpha_{\text{п}} * T_{\text{дост.}}^{\text{ж.д.}} / 2 + t_{\text{приб.}}^a + 6 * C_{\text{п(в)}}), \quad (56)$$

Дополнительная прибыль железнодорожного транспорта от перевозки 2 контейнеров рассчитывается по формуле:

$$\Delta\Pi = 2 * (t_{\text{конк.}}^{\text{ж.д.}} - E_{\text{пер.}}^{\text{ж.д.}}) \quad (57)$$

Приростная рентабельность перевозки 2 контейнеров определяется по формуле:

$$R = (t_{\text{конк.}}^{\text{ж.д.}} / E_{\text{пер.}}^{\text{ж.д.}} - 1) * 100\% \quad (58)$$

Задача 7.

Используя четыре вида оборудования предприятие выпускает три наименования продукции. По критерию "максимум совокупной прибыли от реализации всех видов продукции" определить оптимальную номенклатуру выпускаемой

предприятием продукции (объемы производства каждого вида продукции), используя следующие ограничения:

- совокупные затраты времени работы оборудования на выпуск всех видов продукции не должны превышать фонд времени его работы;
- сбыт отдельных видов продукции ограничен.

Расчеты выполнить для двух случаев: при базовом уровне себестоимости производимой продукции и цен на нее и при изменении себестоимости производимой продукции и цен ее продажи. Исходные данные по вариантам приведены в табл. 5 - 11. Нормы затрат времени работы отдельных видов оборудования на производство единицы продукции каждого вида для всех вариантов едины и принимаются по данным табл. 9. Индексы изменения цен и себестоимости производства единицы продукции по вариантам принимаются по табл. 10. Амортизационные отчисления на 1 час простоя оборудования по вариантам принимаются по табл. 11.

Общая величина условно-постоянных расходов за данный период времени по всем вариантам одинакова и принимается равной 144000 руб.

Для каждого вида продукции и предприятия в целом рассчитать следующие технико-экономические показатели:

- доходы от реализации продукции;
- полные расходы на производство продукции;
- прибыль от реализации продукции;
- рентабельность производства продукции (по отношению к расходам).

Таблица 5.

Фонд рабочего времени отдельных видов оборудования, час (первая цифра варианта).

Вид оборудования	Варианты					
	1	2	3	4	5	6
1	2000	1100	3200	2000	1800	1900
2	1200	1000	1800	2600	1300	2000
3	1400	1000	1500	1500	1200	1500
4	2600	1000	1700	2100	1500	1600

Таблица 6.

Цена продаж отдельных видов продукции, руб. (вторая цифра варианта).

Вид продукции	Варианты					
	1	2	3	4	5	6
1	400	700	700	950	900	1900
2	490	1200	890	1400	620	1800
3	733	650	2200	1750	1300	1510

Таблица 7.

Себестоимость производства отдельных видов продукции в части зависящих от объема работы расходов, руб. (вторая цифра варианта).

Вид продукции	Варианты					
	1	2	3	4	5	6
1	120	300	300	500	800	1300
2	200	750	500	900	500	1100
3	450	270	1800	1250	1200	900

Таблица 8.

Ограничения по сбыту отдельных видов продукции в течение данного периода времени, ед. (третья цифра варианта).

Вид продукции	Варианты					
	1	2	3	4	5	6
1	600	1000	650	750	900	1700
2	1000	2000	700	800	600	500
3	1500	870	1600	950	1200	1100

Таблица 9.

Нормы затрат времени работы отдельных видов оборудования на производство единицы продукции, час.

Вид оборудования	Вид продукции		
	1	2	3
1	1,23	0,86	1,27
2	1,17	1,13	0,68
3	1,08	1,06	0,95
4	0,96	0,78	1,46

Таблица 10.

Индексы изменения цен и себестоимости производства единицы продукции (третья цифра варианта).

Вид продукции	Варианты					
	1	2	3	4	5	6
	Индексы изменения цен					
1	1,23	1,6	1,68	1,57	1,12	1,14
2	1,52	1,32	1,2	1,68	1,37	1,03
3	1,3	1,39	1,12	1,42	1,12	1,27
	Индексы изменения себестоимости					
1	1,01	1,03	0,97	1,12	1,04	0,96
2	1,12	1,15	0,96	0,95	0,96	1,22
3	1,36	1,05	1,17	1,37	1,35	1,35

Таблица 11.

Амортизационные отчисления на 1 час простоя оборудования, руб. (первая цифра варианта).

Вид оборудования	Варианты					
	1	2	3	4	5	6
1	2,3	2,7	3,1	8,2	5,6	6,3
2	7,8	6,2	8,3	6,1	4,5	2,8
3	8,7	5,4	3,2	5,7	6,9	5,1
4	5,9	6,3	7,1	6,6	8,0	5,6

Методические указания.

Решение задачи выполняется с помощью симплекс-метода. Система ограничений по фонду времени отдельных видов оборудования, представленных в виде неравенств, имеет вид:

$$\begin{aligned}
 a_{11}x_1 + \dots + a_{1j}x_j + \dots + a_{1n}x_n &\leq Y_1 \\
 \dots & \\
 a_{i1}x_1 + \dots + a_{ij}x_j + \dots + a_{in}x_n &\leq Y_i \\
 \dots & \\
 a_{m1}x_1 + \dots + a_{mj}x_j + \dots + a_{mn}x_n &\leq Y_m
 \end{aligned} \tag{59}$$

Ограничения по сбыту продукции, представленные в виде неравенств, имеют вид:

$$\begin{aligned}
 x_1 &\leq X_1 \\
 \dots & \\
 x_j &\leq X_j \\
 \dots & \\
 x_n &\leq X_n,
 \end{aligned} \tag{60}$$

- где $1, \dots, i, \dots, m$ - количество типов оборудования;
 $1, \dots, j, \dots, n$ - количество видов выпускаемой продукции;
 $Y_1, \dots, Y_i, \dots, Y_m$ - фонд времени работы оборудования i -ого вида, час.;
 a_{ij} - время работы станка i -го типа при производстве единицы продукции j -го вида;
 $x_1, \dots, x_j, \dots, x_n$ - объемы производства продукции.
 X_j - максимальное количество продукции j -го вида, которое может быть продано за данный период времени.

При использовании для решения задачи симплекс-метода неравенства в системе ограничений необходимо заменить равенствами. В этом случае система ограничений (с учетом ограничений по сбыту) будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 a_{11}x_1 + \dots + a_{1j}x_j + \dots + a_{1n}x_n + Z_1 &= Y_1 \\
 \dots & \\
 a_{i1}x_1 + \dots + a_{ij}x_j + \dots + a_{in}x_n + Z_i &= Y_i \\
 \dots & \\
 a_{m1}x_1 + \dots + a_{mj}x_j + \dots + a_{mn}x_n + Z_m &= Y_m
 \end{aligned} \tag{61}$$

$$\begin{aligned}
 x_1 + K_1 &= X_1 \\
 \dots\dots\dots \\
 x_j + K_j &= X_j \\
 \dots\dots\dots \\
 x_n + K_n &= X_n,
 \end{aligned}
 \tag{62}$$

Целевая функция, максимизирующая прибыль предприятия, имеет вид :

$$F = x_1 * (Ц_1 - C_1) + \dots + x_j * (Ц_j - C_j) + \dots + x_n * (Ц_n - C_n) - E_{y-p} - A_1 Z_1 - \dots - A_i Z_i - \dots - A_n Z_n \rightarrow \max$$
(63)

где $Z_1, \dots, Z_i, \dots, Z_n$ - недозагрузка оборудования i -ого вида, час.;

$A_1, \dots, A_i, \dots, A_n$ - амортизационные отчисления на 1 час простоя оборудования i -ого вида;

K_j - разница между максимальным и фактическим объемом продаж продукции j -ого вида;

$Ц_1, \dots, Ц_j, \dots, Ц_n$ - цена единицы продукции j -ого вида;

$C_1, \dots, C_j, \dots, C_n$ - себестоимость производства единицы продукции j -ого вида в части расходов, зависящих от объема производства, руб.;

E_{y-p} - условно-постоянные расходы, руб.

Ниже приведен пример расчета оптимальной структуры производства предприятия с помощью симплекс-метода при четырех видах оборудования, производящих три наименования продукции.

Нормы затрат времени работы отдельных видов оборудования на производство единицы продукции каждого вида приведены в табл. 12. Условно-постоянные расходы предприятия, цены и себестоимость производства единицы продукции каждого вида в части зависящих от объема работы расходов приведены в табл. 13.

Таблица 12.

Амортизационные отчисления на 1 час простоя оборудования (руб.), фонд времени (час.) и нормы затрат времени работы отдельных видов оборудования на производство единицы продукции (час.).

Вид оборудования	Вид продукции			Фонд времени	Амортизационные отчисления
	1	2	3		
1	1,0	2,0	0	1200	12,0
2	1,2	0,7	1,3	600	14,0
3	0	0,3	2,4	800	8,0
4	0,4	1,7	2,8	1400	26,0

Таблица 13.

Условно-постоянные расходы предприятия, цены и себестоимость производства единицы продукции в части зависящих расходов по видам продукции.

Наименование показателей	Вид продукции		
	1	2	3
Себестоимость производства единицы продукции, руб.	300	600	500
Цена единицы продукции, руб.	400	900	700
Ограничения по сбыту продукции, ед.	нет	400	110
Условно-постоянные расходы предприятия, руб.	28000		

Система ограничений, представленная в виде уравнений, будет иметь вид:

$$x_1 + 2x_2 + z_1 = 1200$$

$$1,2x_1 + 0,7x_2 + 1,3x_3 + z_2 = 600$$

$$0,3x_2 + 2,4x_3 + z_3 = 800$$

$$0,4x_1 + 1,7x_2 + 2,8x_3 + z_4 = 1400$$

$$x_2 + k_2 = 400$$

$$x_3 + k_3 = 110$$

Целевая функция, максимизирующая прибыль предприятия, имеет вид:

$$F = (400-300)x_1 + (900-600)x_2 + (700-500)x_3 - 28000 - 12z_1 - 14z_2 - 8z_3 - 26z_4 \rightarrow \max$$

или:

$$F = 100x_1 + 300x_2 + 200x_3 - 28000 - 12z_1 - 14z_2 - 8z_3 - 26z_4 \rightarrow \max$$

Для упрощения последующих расчетов условно-постоянные расходы из целевой функции можно исключить. Тогда целевая функция примет вид:

$$F = 100x_1 + 300x_2 + 200x_3 - 12z_1 - 14z_2 - 8z_3 - 26z_4 \rightarrow \max$$

Определение оптимальной структуры производства по видам продукции производится симплекс-методом в табл. 14 - 17. Признаком оптимального плана при использовании симплекс-метода для максимизации целевой функции являются нулевые оценки ($Z - C$) для переменных, вошедших в базис, и неотрицательные оценки ($Z - C$) для переменных, не вошедших в базис. В тех случаях, когда коэффициенты в столбцах симплексной таблицы для переменных, не вошедших в базис, неположительны, оптимальный план составлен быть не может. Первоначальный план приведен в табл. 14. Из табл. 14 видно, что базисными переменными первоначального плана являются z_1, z_2, z_3, z_4, k_2 и k_3 . Значение целевой функции равно:

$$-12 \cdot 1200 + -14 \cdot 600 + -8 \cdot 800 + -26 \cdot 1400 + 0 \cdot 400 + 0 \cdot 110 = -65600$$

Оценки видов продукции ($Z - C$) составляют:

- для первого вида продукции:

$$-12 \cdot 1 + -14 \cdot 1,2 + -8 \cdot 0 + -26 \cdot 0,4 - 100 = -139,2$$

- для второго вида продукции:

$$-12 \cdot 2 + -14 \cdot 0,7 + -8 \cdot 0,3 + -26 \cdot 1,7 + 0 \cdot 1 - 300 = -380,4$$

- для третьего вида продукции:

$$-12*0 + -14*1,3 + -8*2,4 + -26*2,8 + 0*1 - 200 = -310,2$$

Оценки всех переменных, входящих в базис, рассчитанные аналогичным образом, равны нулю.

Отрицательные оценки переменных, не входящих в базис, и наличие положительных элементов в столбцах симплекс-таблицы, соответствующих этим переменным, свидетельствует о том, что первоначальный план не является оптимальным и может быть улучшен. Для улучшения первоначального плана необходимо в столбцах табл. 14, соответствующих переменным, не входящим в базис, найти разрешающий элемент. Для первой итерации при этом в каждом столбце, не входящем в базис и имеющем отрицательную оценку ($Z - C$), надо выбрать элемент, обеспечивающий минимальное частное от деления свободного члена уравнения на величину данного элемента.

$$\theta_{01} = \min (1200/1; 600/1,2; 1400/0,4) = 600/1,2 = 500$$

$$\theta_{02} = \min (1200/2; 600/0,7; 800/0,3; 1400/1,7; 400/1) = 400/1 = 400$$

$$\theta_{03} = \min (600/1,3; 800/2,4; 1400/2,8; 110/1) = 110/1 = 110$$

Разрешающим из выбранных элементов будет тот, который обеспечивает минимальное произведение оценки соответствующего столбца на частное от деления свободного члена уравнения на величину данного элемента.

$$\theta_{01} * (Z_1 - C_1) = 500 * (-139,2) = -69600$$

$$\theta_{02} * (Z_2 - C_2) = 400 * (-380,4) = -152160 \quad (\text{min})$$

$$\theta_{03} * (Z_3 - C_3) = 110 * (-310,2) = -34122$$

Таблица 14.

Базис	C _{баз.}	A ₀	C ₁ =100	C ₂ =300	C ₃ =200	C ₄ =-	C ₅ =-	C ₆ =-8	C ₇ =-	C ₈ =0	C ₉ =0
			A ₁	A ₂	A ₃	12	14	A ₆	26	A ₈	A ₉
A ₄	-12	1200	1	2	0	1	0	0	0	0	0
A ₅	-14	600	1,2	0,7	1,3	0	1	0	0	0	0
A ₆	-8	800	0	0,3	2,4	0	0	1	0	0	0
A ₇	-26	1400	0,4	1,7	2,8	0	0	0	1	0	0
A ₈	0	400	0	[1]	0	0	0	0	0	1	0
A ₉	0	110	0	0	1	0	0	0	0	0	1
Z - C		-65600	-139,2	-380,4	-310,2	0	0	0	0	0	0

Таблица 15.

Базис	C _{баз.}	A ₀	C ₁ =100	C ₂ =300	C ₃ =200	C ₄ =-	C ₅ =-	C ₆ =-8	C ₇ =-	C ₈ =0	C ₉ =0
			A ₁	A ₂	A ₃	12	14	A ₆	26	A ₈	A ₉
A ₄	-12	400	1	0	0	1	0	0	0	-2	0
A ₅	-14	320	[1,2]	0	1,3	0	1	0	0	-0,7	0

A ₆	-8	680	0	0	2,4	0	0	1	0	-0,3	0
A ₇	-26	720	0,4	0	2,8	0	0	0	1	-1,7	0
A ₂	300	400	0	1	0	0	0	0	0	1	0
A ₉	0	110	0	0	1	0	0	0	0	0	1
Z - C		86560	-139,2	0	-310,2	0	0	0	0	380,4	0

Таблица 16.

Базис	C _{баз.}	A ₀	C ₁ =100	C ₂ =300	C ₃ =200	C ₄ =-12	C ₅ =-14	C ₆ =-8	C ₇ =-26	C ₈ =0	C ₉ =0
			A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉
A ₄	-12	133,3	0	0	-1,0833	1	-0,8333	0	0	-1,4167	0
A ₁	100	266,667	1	0	1,0833	0	0,8333	0	0	-0,5833	0
A ₆	-8	680	0	0	2,4	0	0	1	0	-0,3	0
A ₇	-26	613,333	0	0	2,3667	0	-0,3333	0	1	-1,4667	0
A ₂	300	400	0	1	0	0	0	0	0	1	0
A ₉	0	110	0	0	[1]	0	0	0	0	0	1
Z - C		123680,4	0	0	-159,4	0	116,0	0	0	299,2	0

Таблица 17.

Ба- зис	C _{баз.}	A ₀	C ₁ =100	C ₂ =300	C ₃ =200	C ₄ =-12	C ₅ =-14	C ₆ =-8	C ₇ =-26	C ₈ =0	C ₉ =0
			A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉
A ₄	-12	252,46	0	0	0	1	-0,8333	0	0	-1,4167	1,0833
A ₁	100	147,504	1	0	0	0	0,8333	0	0	-0,5833	-1,0833
A ₆	-8	416,00	0	0	0	0	0	1	0	-0,3	-2,4
A ₇	-26	352,996	0	0	0	0	-0,3333	0	1	-1,4667	-2,3667
A ₂	300	400	0	1	0	0	0	0	0	1	0
A ₃	200	110	0	0	1	0	0	0	0	0	1
Z - C		141215,0	0	0	0	0	116,0	0	0	299,2	159,4

В табл. 14 разрешающий элемент выделен квадратными скобками. Для включения переменной x_2 в состав базиса вместо переменной k_2 необходимо методом Жордана-Гаусса необходимо произвести алгебраические преобразования, сложение и вычитание строк симплексной таблицы таким образом, чтобы разрешающий элемент стал равен единице, а все остальные элементы этого столбца стали равны нулю. Для этого из каждого элемента первой строки табл. 14 необходимо вычесть соответствующий элемент пятой строки, умноженный на 2, из каждого элемента второй строки табл. 14 необходимо вычесть соответствующий элемент пятой строки, умноженный на 0,7 и т. д.

Результаты преобразований приведены в табл. 15. При этом в столбце "базис" элемент A₈, соответствующий переменной k_2 , заменен элементом A₂, соответствующим переменной x_2 . В столбце "C_{баз.}" оценка c_8 (0) заменена оценкой c_2 (300). Оценки (Z - C) составили:

$$(Z_2 - C_2) = 300 \cdot 0 - 300 = 0;$$

$$(Z_8 - C_8) = -2 \cdot (-12) + -0,7 \cdot (-14) + -0,3 \cdot (-8) + -1,7 \cdot (-26) + 1 \cdot 300 = = 380,4.$$

Остальные оценки не изменились. Величина целевой функции составила:

$$-12*400 + -14*320 + -8*680 + -26*720 + 300*400 = 86560$$

Отрицательные оценки ($Z - C$) в табл. 15 имеют переменные x_1 и x_3 . Наличие положительных элементов в столбцах A_1 и A_3 свидетельствует о том, что план, приведенный в табл. 15, не является оптимальным и может быть улучшен в результате включения в базис переменной x_1 или x_2 . Определение разрешающего элемента в столбцах A_1 и A_3 производится так же, как для первой итерации.

Вторая итерация.

$$\theta_{01} = \min(400/1; 320/1,2; 720/0,4) = 320/1,2 = 266,7$$

$$\theta_{03} = \min(320/1,3; 680/2,4; 720/2,8; 110/1) = 110/1 = 110$$

$$\theta_{01} * (Z_1 - C_1) = 266,7 * (-139,2) = -37120 \quad (\min)$$

$$\theta_{03} * (Z_3 - C_3) = 110 * (-310,2) = -34122$$

Разрешающий элемент в табл. 15 выделен квадратными скобками. Преобразования табл. 15 в табл. 14 производятся в вышеописанной последовательности. Каждый элемент второй строки табл. 16 получен как частное от деления соответствующего элемента второй строки табл. 15 на коэффициент 1,2. Каждый элемент первой строки табл. 16 получен в результате вычитания из элемента первой строки табл. 15 соответствующего элемента второй строки табл. 15, деленного на коэффициент 1,2. Например, в табл. 16 в столбце A_0 элемент первой строки рассчитан следующим образом:

$$400 - 320/1,2 = 133,3.$$

Элемент четвертой строки табл. 16 в столбце A_0 рассчитан следующим образом:

$$720 - 320*0,4/1,2 = 613,333.$$

Аналогично рассчитаны все элементы первой и четвертой строк табл. 16.

Результаты преобразований приведены в табл. 16. При этом в столбце "базис" элемент A_5 , соответствующий переменной z_2 , заменен элементом A_1 , соответствующим переменной x_1 . В столбце " $C_{\text{баз.}}$ " оценка c_5 (-14) заменена оценкой c_1 (100). Оценки ($Z - C$) составили:

$$(Z_1 - C_1) = 100*0 - 100 = 0;$$

$$(Z_3 - C_3) = -12*(-1,0833) + 100*(1,0833) + -8*(2,4) + -26*(2,3667) + 300*0 + 0*1 - 200 = -159,4;$$

$$(Z_5 - C_5) = -12*(-0,08333) + 100*(0,08333) + -8*0 + -26*(-0,3333) + 300*0 + 0*0 - (-14) = 116,0;$$

$$(Z_8 - C_8) = -12*(-1,4167) + 100*(-0,5833) + -8*(-0,3) + -26*(-1,4667) + 300*1 + 0*0 - (-14) = 299,2$$

Остальные оценки не изменились. Величина целевой функции составила:

$$-12*133,3 + 100*266,667 + -8*680 + -26*613,333 + 300*400 = 123680,4$$

Отрицательную оценку ($Z - C$) в табл. 16 имеет переменная x_3 . Наличие положительных элементов в столбце A_3 свидетельствует о том, что план, приведенный в табл. 16, не является оптимальным и может быть улучшен в результате включе-

ния в базис переменной x_3 . Определение разрешающего элемента в столбце A_3 производится так же, как для предыдущих итераций.

Третья итерация.

$$\theta_{03} = \min (266,667/1,0833; 680/2,4; 613,3/2,37; 110/1) = 110/1 = 110$$

$$\theta_{03} * (Z_3 - C_3) = 110 * (-159,2) = -17512$$

Разрешающий элемент в табл. 16 выделен квадратными скобками. Преобразования табл. 16 в табл. 17 производятся по аналогии с предыдущими итерациями.

В результате выполненных преобразований оценка для столбца A_9 составила:

$$(Z_9 - C_9) = -12 * (1,0833) + 100 * (-1,0833) + -8 * (-2,4) + -26 * (-2,3667) + + 300 * 0 + 200 * 1 - 0 = 159,4$$

Величина целевой функции составила:

$$-12 * 252,46 + 100 * 147,504 + -8 * 416 + -26 * 352,996 + 300 * 400 + + 200 * 110 = 141215,0$$

В последней строке табл. 17 все оценки $(Z - C)$ неотрицательные. Следовательно план, приведенный в табл. 17 является оптимальным и дальнейшие улучшения его невозможны. Значения переменных, вошедших в базис и соответствующих оптимальному плану, приведены в столбце A_0 табл. 17. Оптимальные объемы производства по видам продукции составляют:

- первый вид (x_1) - 147,504 ед.;
- второй вид (x_2) - 400 ед.;
- третий вид (x_3) - 110 ед.

Недоиспользование производственной мощности по видам оборудования составляет:

- первый вид (z_1) - 252,46 час.;
- второй вид (z_2) - 0 час.;
- третий вид (z_3) - 416 час.;
- четвертый вид (z_4) - 352,996 час.

Оборудование второго вида при производстве продукции (в том числе и первого вида, не имеющего ограничений по сбыту) используется полностью. Это показывает, что при данных условиях возможно некоторое расширение производства и увеличение прибыли предприятия за счет увеличения фонда рабочего времени оборудования второго вида, например, за счет увеличения смен его работы, либо за счет приобретения дополнительного количества оборудования второго вида.

Для контроля правильности выполненных расчетов рекомендуется проверить соответствие полученных оптимальных значений переменных ограничениям задачи. Несоответствие данным ограничениям показывает, что расчеты с помощью симплекс-метода выполнены неправильно.

$$147,5 + 2 * 400 + 252,46 = 1200$$

$$1,2 * 147,5 + 0,7 * 400 + 1,3 * 110 = 600$$

$$0,3 * 400 + 2,4 * 110 + 416,0 = 800$$

$$0,4 * 147,5 + 1,7 * 400 + 2,8 * 110 + 353,0 = 1400$$

$$400 + 0 = 400$$

$$110 + 0 = 110$$

Для примера, рассмотренного выше, система ограничений выполняется, следовательно оптимальные объемы производства отдельных видов продукции рассчитаны правильно.

Прибыль предприятия с учетом условно-постоянных расходов составит $141215,0 - 28000 = 113215,0$ ед.

Расчет технико-экономических показателей.

Доходы от реализации продукции:

- первого вида $147,504 * 400 = 59001,6$ руб.;
- второго вида $400 * 900 = 360000,0$ руб.;
- третьего вида $110 * 700 = 77000,0$ руб.;
- итого: $496001,6$ руб.

Зависящие расходы на производство продукции без учета амортизации неиспользуемого оборудования:

- первого вида $147,504 * 300 = 44251,2$ руб.;
- второго вида $400 * 600 = 240000$ руб.;
- третьего вида $110 * 500 = 55000$ руб.;
- итого: $339251,2$ руб.

Амортизация неиспользуемого оборудования:
 $252,46 * 12,0 + 8 * 416,0 + 26 * 352,996 = 15535,4$ руб.

Всего условно-постоянных расходов:
 $28000 + 15535,4 = 43535,4$ руб.

Общая величина условно-постоянных расходов предприятия распределяется по видам продукции пропорционально разнице доходов и зависящих расходов на ее производство. Эти разницы по видам продукции составляют:

- первого вида $59001,6 - 44251,2 = 14750,4$ руб.;
- второго вида $360000 - 240000 = 120000$ руб.;
- третьего вида $77000 - 55000 = 22000$ руб.;
- итого: $156750,4$ руб.

Из общей величины условно-постоянных расходов на производство отдельных видов продукции относится:

- первого вида $43535,4 / 156750,4 * 14750,4 = 4096,7$ руб.;
- второго вида $43535,4 / 156750,4 * 120000 = 33328,5$ руб.;
- третьего вида $43535,4 / 156750,4 * 22000 = 6110,2$ руб.

Полные расходы на производство отдельных видов продукции составляют:

- первого вида $44251,2 + 4096,7 = 48347,9$ руб.;
- второго вида $240000 + 33328,5 = 273328,5$ руб.;
- третьего вида $55000 + 6110,2 = 61110,2$ руб.;
- итого: $382786,6$ руб.

Прибыль от реализации отдельных видов продукции составляет:

- первого вида $59001,6 - 48347,9 = 10653,7$ руб.;

- второго вида $360000 - 273328,5 = 86671,5$ руб.;
- третьего вида $77000 - 61110,2 = 15889,8$ руб.;
- итого: 113215,0 руб.

Рентабельность производства продукции составляет:

- первого вида $10653,7/48347,9*100\% = 22,04\%$;
- второго вида $86671,5/273328,5*100\% = 31,71\%$;
- третьего вида $15889,8/61110,2*100\% = 26,00\%$;
- итого: $113215,0/382786,6*100\% = 29,58\%$.

Расчеты оптимальных объемов производства отдельных видов продукции и технико-экономических показателей предприятия при изменении базовых показателей (себестоимости производимой продукции и цен ее продажи) выполняются аналогично. Результаты выполненных расчетов оформляются по форме табл. 18. В приведенном примере расчета вторая половина табл. 18 не заполняется.

Таблица 18.

Вариант _____

Наименование показателей	Базовые данные				При изменении базовых показате- лей			
	Вид продукции			Итого:	Вид про- дукции			Итого:
	1	2	3		1	2	3	
Объем производства, ед.	147,5	400,0	110,0	-	-	-	-	-
Доходы от реализации, руб.	59001,6	360000,0	77000,0	496001,6	-	-	-	-
Зависящие расходы, руб.	44251,2	240000,0	55000,0	339251,2	-	-	-	-
Амортизация недоис- пользуемого оборудо- вания, руб.	-	-	-	15535,4	-	-	-	-
Условно-постоянные расходы предприятия, руб.	4096,7	33328,5	6110,2	43535,4	-	-	-	-
Полные расходы пред- приятия, руб.	48347,9	273328,5	61110,2	382786,6	-	-	-	-
Прибыль предприятия, руб.	10653,7	86671,5	15889,8	113215,0	-	-	-	-
Рентабельность произ- водства продукции, %	22,04	31,71	26,00	29,58	-	-	-	-

Задача 8.

Экономическая эффективность пассажирских перевозок в условиях свободного ценообразования.

Исходные данные.

Скорый поезд, состоящий из 15 купейных вагонов, следует на расстояние 650 км, не имея промежуточных остановок. Количество проданных билетов на поезд, в зависимости от стоимости проезда, представлено в табл. 19.

Таблица 19.

Количество проданных билетов на поезд в зависимости от стоимости проезда.

Цена билета (Ц), руб.	Количество проданных билетов (А), (первая цифра)					
	1	2	3	4	5	6
1700	490	530	480	520	500	510
1800	466	481	455	470	475	480
1900	416	424	407	415	425	432
2000	368	392	360	380	380	395
2100	307	363	300	350	320	330
2200	252	308	241	300	260	280
2300	209	256	200	245	220	236
2400	171	215	160	210	180	193
2500	142	185	132	175	155	170

Себестоимость пассажирских перевозок в данном поезде определяется зависимостью:

$$c = a + b/P_n, \text{ руб./10 пасс-км,} \quad (65)$$

где a и b - коэффициенты, учитывающие зависимость себестоимости от населенности пассажирского вагона;

P_n - населенность пассажирского вагона, чел.

Значения коэффициентов a и b приведены в табл. 20.

Таблица 20.

Коэффициенты зависимости себестоимости от населённости пассажирского вагона.

Коэффициенты	Значения коэффициентов					
	1	2	3	4	5	6
a (вторая цифра варианта)	11,00	10,00	10,50	9,00	9,50	8,50
b (третья цифра варианта)	250	300	280	270	260	290

По данным табл. 19 и 20:

- определить зависимость количества перевезенных пассажиров (проданных билетов) в скором поезде от стоимости проезда;
- определить стоимость билета, обеспечивающую прибыль пассажирских перевозок в данном поезде;
- определить стоимость билета, обеспечивавшую железной дороге получение

максимального дохода, прибыли и рентабельности от перевозок пассажиров в данном поезде;

- на основании полученных зависимостей построить графики:

$A=f(\Pi)$, $D=f(\Pi)$, $E=f(\Pi)$, $\Pi=f(\Pi)$ и $R=f(\Pi)$.

Методические указания.

I. Для установления вида зависимости количества перевезенных пассажиров от стоимости проезда в скором поезде необходимо по данным табл. 19 построить график, на котором по оси абсцисс отложить значения стоимости билетов (Π), а по оси ординат - соответствующие им значения количества проданных билетов (A). На основании построенного графика можно сделать вывод о линейном характере зависимости, имеющей вид:

$$A = g + e \cdot \Pi \quad \text{чел.}, \quad (66)$$

где g и e - коэффициенты, определявшие зависимость между количеством перевезенных пассажиров и стоимостью проезда ($e < 0$);

Π - стоимость проезда пассажиров, руб.

Значения коэффициентов g и e можно определить, используя метод наименьших квадратов, из системы уравнений:

$$\begin{aligned} \sum A &= g \cdot n + e \cdot \sum \Pi \\ \sum A \Pi &= g \cdot \sum \Pi + e \cdot \sum \Pi^2, \end{aligned} \quad (67)$$

где n - количество наблюдений ($n=9$).

Для расчета коэффициентов g и e рекомендуется предварительно заполнить вспомогательную табл. 21.

Таблица 21.

Расчет коэффициентов g и e .

Π	A	Π^2	$A \cdot \Pi$
1700			
1800			
...			
2400			
2500			
$\sum \Pi$	$\sum A$	$\sum \Pi^2$	$\sum A \Pi$

2. Пассажирские перевозки в скором поезде прибыльны в том случае, если доходы от них (D) превышают величину расходов (E):

$$D > E \quad (68)$$

Доходы от перевозки пассажиров в данном поезде определяются по формуле:

$$D = \Pi \cdot A, \quad \text{руб.} \quad (69)$$

Расходы определяются зависимостью:

$$E = *L \cdot A / 10 \quad \text{руб.}, \quad (70)$$

где L - расстояние следования поезда ($L = 650$ км).

c - себестоимость перевозок пассажиров, руб./10 пасс-км.

Населенность пассажирского вагона может быть определена по формуле:

$$P_n = A/m \text{ чел.}, \quad (71)$$

где m - количество вагонов в составе поезда ($m=15$).

Подстановкой зависимостей (65), (66), (69), (70) и (71) в неравенство (68) определяется стоимость проезда, обеспечивавшая прибыльность пассажирских перевозок в скором поезде.

3. Прибыль от пассажирских перевозок в скором поезде определяется по формуле:

$$П = Д - Е \quad (72)$$

Рентабельность перевозок пассажиров рассчитывается по формуле:

$$R = [(Д - Е)/Е] * 100\% \quad (73)$$

Для определения стоимости проезда, обеспечивающей железной дороге получение максимума доходов ($Д_{\max}$), прибыли ($П_{\max}$) и рентабельности (R_{\max}) от перевозки пассажиров в скором поезде, необходимо исследовать функции на максимум и найти оптимальную цену билета.

4. На графиках зависимостей необходимо показать значения стоимости проезда, при которых доход, прибыль и рентабельность максимальны, а перевозки прибыльны.

В заключение заполняется табл. 22.

Таблица 22.

Экономические показатели перевозок пассажиров в скором поезде.

NN п/п	Наименование показателя	Стоимость проезда, руб.	Значение показателя
1	Максимальный доход, руб.		
2	Максимальная прибыль, руб.		
3	Максимальная рентабельность, %		
4	Прибыльность перевозок при стоимости проезда:		
	от		-
	до		-